

### Descriere soluție - Problema 2 - pericol

Autor: stud. Budău Adrian  
Universitatea din București

#### Soluție $N^2 \log(VMAX)$ (14p)

Calculăm pentru toate perechile posibile cmmdc-ul și updatăm rezultatul corespunzător pentru fiecare poziție.

#### Soluție $VMAX^2 \log(VMAX)$ (5p)

Menținem un vector de frecvență pentru valorile din șir și calculăm cmmdc-ul doar pentru perechi de valori distincte. Astfel pentru o anumită valoare putem calcula suma cmmdc-urilor cu valorile din șir iterând prin valorile distincte și înmulțind cmmdc-ul calculat cu frecvența valorilor respective.

#### Soluție $VMAX \log^2(VMAX)$ (58p) Varianta 1

Pentru fiecare pereche de tip (valoare, divizor) putem calcula câte valori din șir dau cmmdc-ul dintre valoarea din șir și valoarea din pereche egal cu divizor.

Notăm cu  $V$  și  $d$  valoarea și divizorul ales,  $raspuns[V][d]$  este numărul pe care vrem să îl calculăm pentru această pereche, iar  $count[d]$  este numărul de numere divizibile cu  $d$  din șir.

$raspuns[V][d] = count[d] - suma(raspuns[V][D] \mid D \text{ multiplu de } d \text{ și divizor al lui } V \text{ și } D > d)$ .

Cu aceste valori calculate este ușor să răspundem acum pentru fiecare valoare din șir.

Divizorii numerelor se pot determina folosind Ciurul lui Eratosthenes și avem nevoie de  $O(VMAX \log VMAX)$  memorie.

#### Soluție $VMAX \log^2(VMAX)$ (58p) Varianta 2

Având un cmmdc fixat pentru o valoare vrem să determinăm câte valori din șir dau acest cmmdc cu ea. Căzul mai ușor este când  $cmmdc = 1$ .

Numim număr elementar, un număr care conține toate numerele prime din scrierea sa la puterea 1.

Din principiul includerii și excluderii avem pentru o valoare fixată că numărul de valori din șir care sunt prime cu valoarea este:  $suma((-1)^{nr\_factori\_primi(v)} * count[v] \mid v \text{ elementar și } v \text{ divizor al valorii})$ . Count are semnificația de mai sus.

Pentru cmmdc diferit de 1 și cmmdc divide valoarea, formula devine:

$suma((-1)^{nr\_factori\_primi(v)} * count[cmmdc*v] \mid v \text{ elementar și } v \text{ divizor al valorii}/cmmdc) * cmmdc$ .

Înmulțim cu cmmdc la final pentru a calcula suma acestor cmmdc-uri, nu doar numărul lor.

Putem întoarce formula de mai sus pentru un cmmdc fixat și un  $v$  fixat, ca să calculăm contribuția sa pentru suma corespunzătoare unei valori.

Pentru orice  $K \geq 1$ :

$suma[K * cmmdc * V] += (-1)^{nr\_factori\_primi(v)} * count[cmmdc*v] * cmmdc$ .

Acum când răspundem pentru fiecare valoare din șir trebuie să avem grijă să scădem din suma calculată pentru valoarea respectiva chiar valoarea sa (deoarece am numărat și cmmdc-ul cu ea însăși).

---

**Soluție VMAXlog(VMAX) (100p)**

Soluția de 100p se bazează pe soluția anterioară, făcând următoarea observație:  
count[p] va fi adăugat la toți multiplii de p cu același coeficient.

Acest coeficient este dat de următoarea formulă:

$\text{coef}[p] = \text{suma}((-1)^{(\text{nr\_factori\_primi}(v))} * p/v) \mid v \text{ divizor elementar al lui } p)$

Cu acești coeficienți calculați:

$\text{suma}[V] = \text{suma}(\text{coef}[p] * \text{count}[p] \mid p \text{ divizor al lui } V).$