Problema 3 - treegcd Descrierea soluţiei

Autor: student Banu Denis – Universitatea „Al. I. Cuza” Iaşi

4 puncte
Putem să atribuim fiecare valoare de la 2 la M celor două noduri și verificăm câte perechi de valori au CMMDC-ul mai mare ca 1.
Complexitate: O(m^2)

17 puncte
Folosind metoda backtracking încercam toate posibilitățile de a atribui numere de la 2 la M celor N noduri și verificăm că cel mai mare divizor comun între oricare două noduri adiacente să fie mai mare ca 1.
Complexitate: O(m^n * n)

53 puncte
Vom ține DP[x][val] numărul de moduri de a atribui valori de la 2 la M în subarborele nodului x și nodul x să aibă valoarea val, astfel încât să nu avem noduri adiacente care au CMMDC-ul 1.
Dacă ne aflăm într-un nod x și am construit deja dinamica pentru toți fiii, luăm pe rând câte un fiu și pentru fiecare fiu y: fixăm valoarea i pe care vrem să o punem în nodul curent, fixăm valoarea j pe care vrem să o aibă fiul y și dacă CMMDC(i,j) > 1 atunci putem aduna la aux[i] valoarea DP[y][j], care înseamnă că pentru nodul x ca el să aibă valoarea i putem seta fiul y să aibă valoarea j, iar acest lucru se poate face în DP[y][j] moduri. Dupa ce am terminat cu fiul y, în aux[i] se află toate modurile în care putem pune valoarea i în nodul x și valori de la 2 la M în subarborele y astfel încât arborele să fie completat corect.
Toate valorile aux[i] pentru fiecare fiu y trebuie înmulțite iar acesta este rezultatul pentru DP[nod][j].
Rezultatul problemei este suma valorilor din DP[1].
Complexitate: O(n*m*m)

100 puncte
Putem face o dinamică asemănătoare cu cea de mai sus, dar trebuie să optimizam tranziția valorilor între fiu și nodul curent.
Dacă suntem într-un nod x și vrem să adăugăm valorile din fiul y, vom încerca pe rând să fixăm CMMDC-ul.
Prima data consideram CMMDC-ul 2, adunam toate valorile din DP[y][2*k] (toți multiplii de 2 din nodul y), deoarece pentru a avea CMMDC-ul 2 sigur y trebuie să aibă o valoare multiplu de 2. Din acelați raționament vom aduna suma rezultată la DP[x][2*k], adică toți multiplii de 2 din nodul curent. Pentru 3 putem proceda exact la fel. Pentru 4 observăm că orice multiplu de 4 este și multimplu de 2 așa că nu vom face nimic. Pentru 5 procedăm la fel ca la 2 și 3. Pentru 6 observăm că 6 este 2 * 3 și toți multiplii de 6 au fost deja numărați de două ori așa că trebuie să facem suma tuturor valorilor DP[y][6*k], iar această sumă treubie să o **scădem** din DP[x][6*k] ș. a. m. d.
Ceea ce aplicăm mai sus este principiul includerii și excluderii, iar formula care ne spune când trebuie să adunăm și când să scădem este următoarea:

- Daca i are un factor prim care apare la o putere mai mare de 1 nu facem nimic cu el.
- Daca i are un număr impar de factori primi atunci îl adunăm.
- Daca i are un număr par de factori primi atunci îl scădem.

Deoarece parcurgem toate numerele de la 2 la M și pentru fiecare număr parcurgem doar multiplii lui, complexitatea în care se face transferul de la un fiu la nodul tată este **O(MlogM)**, iar complexitatea finală este **O(NMlogM)**.