

Suceava, 30 aprilie 2019 – 04 mai 2019

Descrierea soluției - Problema 3 – walle

Autor: prof. Pit-Rada Ionel-Vasile,
Colegiul National Traian, Drobeta Turnu Severin

Soluție - complexitate $O(N \cdot M)$

O observație importantă este că Wall-E nu poate folosi portalurile de foarte multe ori.

Dacă el intră în portalul A, este teleportat la portalul B, el nu va putea folosi un nou portal C, diferit de B, întrucât acest portal l-ar putea teleporta din nou la portalul B, situație în care s-a mai aflat anterior. În consecință el va irosi timp, strategia lui nu va fi optimă.

De asemenea, există și posibilitatea ca Walle să refolosească portalul B, însă evident o singură dată, dacă folosim un raționament similar cu cel anterior.

Astfel distingem trei strategii esențiale pe care Wall-E le poate folosi:

- (1) Nu va folosi portaluri.
- (2) Va călători pe traseul cel mai scurt către un portal convenabil A, care îl va teleporta la un portal B, după care își va continua drumul pe traseul cel mai scurt către EXIT.
- (3) Va călători pe traseul cel mai scurt către un portal convenabil A, care îl va teleporta la un portal B, apoi el va pasi în afara celei portalului B, va reintra imediat în portal (cât se poate de repede), după care va fi teleportat la un portal C, posibil identic cu A, de unde își va continua drumul către EXIT pe traseul cel mai scurt. De observat că în situația în care Wall-E e teleportat la portalul A, el se va afla într-o situație nouă, întrucât prima dată portalul A l-a teleportat instantaneu, neputând continua în celulele vecine.

Răspunsul final va fi minimul dintre rezultatele optime folosind fiecare dintre cele trei strategii.

Este util de calculat:

$w[i][j]$ = timpul minim în care Wall-E poate ajunge din poziția sa inițială la celula (i, j) , fără a folosi portaluri

$e[i][j]$ = timpul minim în care Wall-E poate ajunge de la celula (i, j) la EXIT, fără a folosi portaluri

Evident $e[i][j]$ se poate calcula similar cu $w[i][j]$, dacă se calculează drumul invers, de la EXIT către (i, j) .

Singura dificultate în calculul $w[i][j]$ și $e[i][j]$ o reprezintă usile. Se pot folosi două cozi Q1, Q2, ce vor conține celulele libere (Q1), respectiv celulele de tip usă ce induc o întârziere de T secunde (Q2). Folosind aceste două cozi, putem implementa o strategie similară cu parcurgerea clasică în lățime, vizitând celulele în ordinea crescătoare a timpilor de descoperire. Analizând doar elementele din varful lor, putem determina care va fi celula ce va putea fi parasită cel mai repede, astfel putând vizita vecinii neatinși încă, ce vor fi plasați corespunzător în Q1 sau Q2.

Să revizitam cele trei strategii menționate anterior:

- (1) Dacă celula EXIT are coordonatele (ex, ey) , $w[ex][ey]$ va furniza rezultatul optim al acestei strategii.

Suceava, 30 aprilie 2019 – 04 mai 2019

(2) Rezultatul este de forma $w[ax][ay] + \max\{e[bx][by] \mid (ax, ay) \neq (bx, by)\}$, unde pozițiile (ax, ay) , respectiv (bx, by) reprezintă portaluri. Pentru a evita o soluție patrată care verifică fiecare pereche (A, B) de portaluri, se pot calcula t_1 și t_2 , cele mai mari două valori din $e[i][j]$, unde se afla portaluri. Expresia de mai sus devine fie $w[ax][ay] + t_1$, fie $w[ax][ay] + t_2$, după cum $e[ax][ay]$ este sau nu egal cu t_1 .

(3) Acest caz poate fi redus la un caz similar cu cazul (2), dacă calculăm:

$e'[i][j]$ = timpul minim de la portalul situat la poziția (i, j) , cu reintrare imediată în el, urmat de o teleportare imediată la un alt portal, de unde se continuă pe traseul cel mai rapid către EXIT

Folosind din nou t_1 și t_2 se poate calcula $e'[i][j]$ similar cu (2), reducând problema la o situație care este din nou similară cu (2), unde se vor folosi $w[i][j]$ și $e'[i][j]$ în loc de $w[i][j]$ și $e[i][j]$.